

***Multiwavelet-based hp-adaptation for discontinuous Galerkin methods***

L'objectif principal de cette thèse est de développer une approche adaptative à la hp-méthode efficace en termes de calcul pour les schémas Galerkin discontinus des équations de Navier-Stokes, en combinant la flexibilité de l'adaptation a posteriori et la précision de l'adaptation multi-résolution. Les performances de l'algorithme de la hp-méthode sont illustrées par plusieurs flux stables en une et deux dimensions.

La nouveauté de l'étude réside dans l'utilisation des multi-ondelettes et la façon dont leurs propriétés remarquables peuvent apporter un éclairage nouveau sur la conduite du processus d'adaptation. Ceci est motivé par le fait que les multi-ondelettes décomposent n'importe quelle entrée en une hiérarchie de données de basse résolution et ensuite de détails plus fins. Notre méthodologie utilise les propriétés des multi-ondelettes tout en étant locale à l'élément, en gardant ainsi l'efficacité parallèle du schéma de DG.

La première direction de recherche emploie une nouvelle méthodologie basée sur les multi-ondelettes pour estimer l'erreur de discrétisation de la solution numérique dans le contexte des simulations adaptatives à la h-méthode. Cette nouvelle méthodologie est ensuite comparée à des estimateurs d'erreur bien établis dans la littérature afin d'évaluer leur efficacité globale. Les résultats démontrent clairement la viabilité de la h-méthode pour atteindre un gain de calcul significatif par rapport aux maillages uniformément raffinés. La méthodologie basée sur les multi-ondelettes est nettement plus performante que les estimateurs de la littérature, en particulier pour les simulations d'ordre inférieur. Plus particulièrement, la fiabilité et la précision de la méthodologie proposée augmentent avec les ordres de simulation plus élevés grâce à la plus grande quantité d'informations récupérées avec succès par les multi-ondelettes.

La deuxième ligne d'investigation aborde l'analyse et le développement d'une nouvelle stratégie adaptative à la hp-méthode basée sur la décroissance du spectre des multi-ondelettes pour diriger les simulations adaptatives à la hp-méthode. Cette stratégie permet de discriminer avec succès les régions caractérisées par une grande régularité et des phénomènes discontinus, ainsi que leur proximité. Nous nous concentrons sur l'étude de la distribution optimale de la hp-méthode et de ses performances globales par rapport à l'adaptation pure par la h- ou p-méthode. Les analyses globales et locales menées de cette manière indiquent une réduction significative du coût de calcul de la simulation lorsque la hp-méthode est sélectionnée par rapport à la h- ou p-méthode. De manière remarquable, l'algorithme d'adaptation à la hp-méthode développé est capable d'atteindre la haute précision caractéristique des solutions numériques d'ordre élevé tout en évitant les oscillations indésirables en adoptant des approximations d'ordre réduit à proximité des singularités.

**Mots-clés : Méthode Galerkin discontinue, adaptation à la hp-méthode, analyse multi-résolution, multi-ondelettes**